Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer semiotischen Zahlentheorie II

Nach Bense (1975, S. 170 f.) entspricht die semiotische Operation der Generation der mathematischen Nachfolgeroperation, und die Einführung des Zeichens als triadischer Relation über Erstheit (.1.), Zweitheit (.2.) und Drittheit (.3.) entspricht der Einführung der Peano-Zahl mittels vollständiger Induktion (vgl. Toth 2007, S. 12 f., Toth 2008).

Da eine triadische Zeichenrelation aus den 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix zusamemngesetzt ist, die durch kartesische Multiplikation der drei Primzeichen gewonnen werden (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3), kann, ausgehend von der iterierten Erstheit der Autosemiose (1.1), jedes andere Subzeichen durch Addition des Repräsentationswertes 1 in maximal 4 Schritten erreicht werden, wobei die Addition entweder im triadischen Haupt- oder im trichotomischen Stellenwert erfolgen kann. Erfolgt die Addition im triadischen Hauptwert, bekommen wir einen Zuwachs am Iterationsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um interkontexturelle Übergänge (im folgenden durch den "Slash" markiert). Erfolgt die Addition im trichotomischen Stellenwert, erhalten wir einen Zuwachs am Akkretionsgrad des Zeichens, d.h. es handelt sich um einen intrakontexturelle Übergänge:

(1.1)	+ 1 = (1.2) / (2.1)	(2.1)	+ 1 = (2.2) / (3.1)
	+ 2 = (1.3) / (3.1) / (2.2)		+ 2 = (2.3) / (3.2)
	+ 3 = (2.3) / (3.2)		+ 3 = (3.3) / —
	+ 4 = (3.3) / —		
(1.2)	+ 1 = (1.3) / (2.2)	(2.2)	+ 1 = (2.3) / (3.2)
	+ 2 = (2.3) / —		+ 2 = (3.3) / —
	+ 3 = (3.3) / —		
(1.3)	+ 1 = (2.3) / (3.3)	(2.3)	+ 1 = (3.3) / —
(3.1)	+ 1 = (3.2) / —	(3.3)	keine Addition möglich
	+ 2 = (3.3) / —		
(3.2)	+ 1 = (3.3) / —		

Im folgenden Diagramm bezeichnet jeder Pfeil die Addition +1, d.h. semiotisch innerhalb der Trichotomien (von links nach rechts) die semiotische Generation und innerhalb der Triaden (von oben nach unten) die analoge Zuordnung (vgl. Toth 1993, S. 135 ff.):

$$\begin{tikzcd}
(1.1) \arrow[r] \arrow[d] & (1.2) \arrow[r] \arrow[d] & (1.3) \arrow[d] \\
(2.1) \arrow[r] \arrow[d] & (2.2) \arrow[r] \arrow[d] & (2.3) \arrow[d] \\
(3.1) \arrow[r] & (3.2) \arrow[r] & (3.3)
\end{tikzcd}$$

Im folgenden werden die Subzeichen nach den 4 möglichen Additionen geordnet, wobei in jedem Subzeichenpaar das zweite Subzeichen das Resultat der Addition darstellt. Semiotische Kontextur-Überschreitung wird fett markiert:

+1 (1.1, 1.2), (**1.1, 2.1**), (1.2, 1.3), (**1.2, 2.2**), (**1.3, 2.3**), (2.1, 2.2), (**2.1, 3.1**), (2.2, 2.3), (**2.2, 3.2**), (**2.3, 3.3**), (3.1, 3.2), (3.2, 3.3)

+2 (1.1, 1.3), (**1.1, 3.1**), (**1.1, 2.2**), (**1.2, 2.3**), (**1.2, 3.2**), (**1.3, 3.3**), (2.1, 2.3), (**2.1, 3.2**), (**2.2, 3.3**), (3.1, 3.3)

+3 (**1.1, 2.3**), (**1.1, 3.2**), (**1.2, 3.3**), (**2.1, 3.3**)

+4 (**1.1, 3.3**)

Das Voranschreiten auf beiden Diagonalen geschieht also durch Addition des Repräsentationswertes 2 (1.1 2.2 3.3; 3.1 2.2 1.3), wobei die Addition bei der Hauptdiagonalen [+2], bei der Nebendiagonalen aber [+1, -1] beträgt, d.h. es handelt sich um ein "Fortschreiten ohne Bewegung", das typisch zu sein scheint für "polykontexturale" Trans-Klassen wie (3.-1 -2.1 1.3, -3.1 2.-1 1.3, 3.1 –2.-1 –1.-1, etc.), d.h. die Addition +2 bei der die eigenreale Zeichenklasse repräsentierenden semiotischen Nebendiagonalen (vgl. Bense 1992) bedeutet, dass jeder interkontexturellen Überschreitung eine intrakontexturelle entspricht, und umgekehrt.

Für die 10 semiotischen Zeichenklassen einschliesslich der die semiotische Hauptdiagonale repräsentierenden Genuinen Kategorienklasse gilt also der folgende Algorithmus:

$$\begin{array}{ll}
(a.b) + 1 = & \left\{ \begin{array}{l}
(a+1.b), \text{ falls } a < 3 \\
(a.b+1), \text{ falls } b < 3 \\
\\
(a+2.b), \text{ falls } a = 1 \\
(a.b+2), \text{ falls } b = 1 \\
\\
(a+1.b+2), \text{ falls } a < 3 \text{ und } b = 1 \\
(a+2.b+1), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b < 3 \\
\\
(a+2.b+2), \text{ falls } a = 1 \text{ und } b = 1
\end{array} \right.
\end{array}$$

(a.b) + 2 =

(a.b) + 3 =

(a.b) + 4 =

Schauen wir uns nun die Subzeichen mit gleichem Repräsentationswert an:

2 (1.1)
3 (1.2), (2.1)
4 (1.3), (2.2), (3.1)
5 (2.3), (3.2)
6 (3.3)

Würde man hier mit Kenogrammen operieren, würde das Schema folgendermassen zu 3 unterscheidbaren Keno-Zeichen und ihren Kombinationen zusammenschrumpfen:

(□□)
(□■), (■□) = (□■)
(□◊), (■■), (◊□) = (□◊), (■■)
(■◊), (◊■) = (■◊)
(◊◊)

welche genau den 5 ersten Proto-Zahlen (der 3 ersten Kontexturen) entspricht, vgl. Kronthaler (1986, S. 29):

1 (1:1)
2 (2:1), (2:2)
3 (3:1), (3:2), (3:3),

welche sich via Normalform-Operation auf die folgenden 3 Strukturschemata reduzieren lassen (Kronthaler 1986, S. 34):

000
001
3 012,

die sich ebenfalls mit den 3 Strukturschemata der Kontextur T_3 der Deutero-Zahlen decken (Kronthaler 1986, S. 34), jedoch ein Fragment (eine Teilmenge) der Trito-Zahlen der Kontextur T_3 darstellen:

000
001
010
011
3 012

Wir wollen die Zeichen-Zahlen nun als "Peirce-Zahlen" bezeichnen und sie in folgender "Potenz"-Schreibweise notieren, in der die Basis den trichotomischen Stellenwert eines Subzeichens und der Exponent dessen Frequenz angibt. Dazu ein Beispiel: Wir gehen aus von der Zeichenklasse

(3.1 2.1 1.3)

und erhalten durch Dualisierung dessen Realitätsthematik:

(3.1 1.2 1.3),

deren strukturelle (entitätische) Realität die eines Mittel-thematisierten Interpretanten ist, denn in:

(3.1) $\quad$ ($\underline{1.2\ 1.3}$)

thematisieren die beiden unterstrichenen Mittelbezüge den Interpretantenbezug. Da nun der Interpretantenbezug 1 mal aufscheint und die Mittelbezüge 2 mal, erhalten wir folgende eineindeutige Abbildung der kategorialen auf die "Potenz"-Schreibweise:

$(3.1\ \underline{1.2\ 1.3}) \Leftrightarrow (3^1 1^2)$

Die Basen geben somit den Akkretionsgrad und die Exponenten den Iterationsgrad der Subzeichen einer Realitätsthematik an, d.h. Peirce-Zahlen sind keine monokontexturalen Peano-Zahlen, denn diese sind durch reine Iterativität definiert. Da nun Peirce-Zahlen auch nicht der Linearität der Peano-Zahlen folgen, sondern flächige Zahlen mit Intra- und Inter-Kontexturwechsel darstellen (vgl. Toth 2008), müssen die Proto- und Deutero-Zahlen der Kontextur T_3 als morphogrammatische Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3 aufgefasst werden. Obwohl es nun innerhalb der Kontextur T_3 mehr unterscheidbare Peirce-Zahlen als Trito-Zahlen gibt, nämlich 9 und nicht nur 5, sind jedoch die Trito-Zahlen der Kontextur T_3 keine morphogrammatischen Fragmente der Peirce-Zahlen der Kontextur T_3, denn die Trito-Werte (000, 001, 010, 011, 012) können nur teilweise auf die Peirce-Werte (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) abgebildet werden. Für die Peirce-Zahlen ergibt sich somit die eigentümliche Folgerung, dass sie einerseits starke polykontexturale Eigenschaften haben, dass sie dabei aber nicht als Trito-Zahlen aufgefasst werden können, sondern in einem noch näher zu bestimmenden qualitativ-mathematischen Raum zwischen Deutero- und Trito-Zahlen im Feld zwischen "Zahl und Begriff" (Günther 1991, S. 431) und das heisst im Raum zwischen Sein und Nichts angesiedelt sind, welche demzufolge nicht durch eine scharfe Grenze voneinander getrennt sind, sondern durch einen Streifen von qualitativ-quantitativem mathematischem "Niemandsland".

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Die Metamorphose der Zahl. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 431-479

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Formalsemiotische Notationen. In: ders., Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993, S. 135-175

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Zahlentheorie I. 2008 (= Kap. 19)